

2008年度 松山大学経営学部 開講科目

経営工学概論

檀 裕也

dan@cc.matsuyama-u.ac.jp

<http://www.cc.matsuyama-u.ac.jp/~dan/>

前回の課題

- ある店では、1リットル当たり**400円**でワインを仕入れ、1リットル当たり**1000円**で量り売りしている。その店のワインの需要分布関数 $F(x)$

が

$$F(x) = \sqrt{\frac{x}{100}}$$

$$(0 \leq x \leq 100)$$

であるとき、利益が最大となるワインの発注量を求めよ。ただし、売れ残ったワインは処分するものとする。

解法 (1)

- 連続量に対する新聞売り子問題として考える。
 - 1リットル当たりの利益Pは、600 (円/L)
 - 1リットル当たりの損失Lは、400 (円/L)
- だから、利益率kは

$$k = \frac{P}{P+L} = \frac{600}{600+400} = 0.6$$

解法 (2)

- よって、 $F(x) = k$ を満たす x を求めると

$$\sqrt{\frac{x}{100}} = 0.6$$

$$\frac{x}{100} = 0.36$$

$$x = 36$$

ゆえに、最適発注量は **36リットル** である。

今回の授業内容

- **第24回授業**
 「待ち行列」
 — **待ち行列理論**

待ち行列

- あるサービスの提供を受けるために順番を待っている人の並びのこと
 - コールセンターへの電話
 - 現金自動預け払い機（ATM）
 - スーパーなどのレジ
 - ネットワーク上のサービス



待ち行列理論

- **アーラン (Erkang)**
 - 電話会社における待ち行列の現象を調べた (1909)
 - 呼量 (単位時間あたりの通話量) の単位
- **ケンドール (Kendall)**
 - さまざまな待ち行列モデルを定式化した (1953)
 - ケンドール記法 $M/M/1$ など

窓口利用率と平均待ち数

- **窓口利用率 ρ**

- 窓口でサービスが提供されている時間の割合
- 遊休率は $1 - \rho$

- **平均待ち数** $\rho + \rho^2 + \dots + \rho^n + \dots = \frac{\rho}{1 - \rho}$

- 窓口で順番待ちする確率から待ち数の期待値を計算する
(ただし、 $0 \leq \rho < 1$)

1人待ちの確率	ρ
2人待ちの確率	ρ^2
⋮	⋮
n人待ちの確率	ρ^n
⋮	⋮

無限級数

- $S_n = \rho + \rho^2 + \cdots + \rho^n$ と置く。

$$\begin{array}{r} S_n = \rho + \rho^2 + \cdots + \rho^n \\ -) \rho S_n = \quad \rho^2 + \cdots + \rho^n + \rho^{n+1} \\ \hline \end{array}$$

$$(1 - \rho)S_n = \rho - \rho^{n+1}$$

— $n \rightarrow \infty$ の極限

$$S_n = \frac{\rho - \rho^{n+1}}{1 - \rho} \rightarrow \frac{\rho}{1 - \rho}$$

例題

- あるファーストフード店のドライブスルーでは、平均して1時間当たり12台の車が到着する。1台当たりのサービス時間が3分のとき、
 - 窓口利用率
 - 平均待ち時間を求めよ。

解法

- 題意から、1時間当たり3分×12台＝36分のサービス時間となることが分かる。よって、窓口利用率 ρ は $36 \div 60 = 0.6$ である。
- また、平均待ち数は
$$\frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0.6}{1 - 0.6} = 1.5$$
なので、平均待ち時間は3分×1.5＝4.5分である。

まとめ

- **待ち行列理論**
 - 待ち行列とは？
 - 平均待ち時間の定量的評価

課題

- ある会社の電話相談窓口では、1台の電話で顧客からの相談を受け付けている。相談1件当たりの平均時間が10分で、1時間に4件の割合で相談が寄せられるとき、顧客の平均待ち時間は何分か。
- また、平均待ち時間を半分に短縮しようとする場合、窓口利用率はいくら以下にしなければいけないか。

次回の予定

- **第25回「待ち行列(2)」**
 - **日時：2008年12月12日(金)**
 - **場所：845教室**

授業・期末試験の予定

	月	日	(曜日)	備考
第25回	12月	12日	(金)	講義
第26回	12月	19日	(金)	講義
第27回	12月	24日	(水)	講義 (曜日振替)
第28回	1月	9日	(金)	講義
	1月	16日	(金)	一斉休講 (センター試験準備)
第29回	1月	23日	(金)	補講
第30回	1月	30日	(金)	期末試験